Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский  
Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Домашняя работа №4**

По дискретной математике

Вариант 7

Выполнил:

Студент группы P3109

Саранча Павел Александрович

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович



Санкт-Петербург

2024

Исходная таблица соединений R:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V/V** | **e1** | **e2** | **e3** | **e4** | **e5** | **e6** | **e7** | **e8** | **e9** | **e10** | **e11** | **e12** |
| **e1** | *0* | 1 | 4 |  | 3 |  | 1 | 1 |  |  | 3 | 3 |
| **e2** | 1 | *0* | 1 | 4 |  |  |  | 2 |  |  |  | 4 |
| **e3** | 4 | 1 | *0* |  | 3 |  | 1 | 2 | 3 | 1 |  | 2 |
| **e4** |  | 4 |  | *0* |  | 3 |  | 2 | 3 |  | 1 |  |
| **e5** | 3 |  | 3 |  | *0* |  |  |  | 2 |  | 4 |  |
| **e6** |  |  |  | 3 |  | *0* | 2 | 3 | 3 |  |  |  |
| **e7** | 1 |  | 1 |  |  | 2 | *0* |  | 3 |  |  | 4 |
| **e8** | 1 | 2 | 2 | 2 |  | 3 |  | *0* |  |  |  |  |
| **e9** |  |  | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 |  | *0* |  |  | 4 |
| **e10** |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  | *0* | 3 | 3 |
| **e11** | 3 |  |  | 1 | 4 |  |  |  |  | 3 | *0* | 2 |
| **e12** | 3 | 4 | 2 |  |  |  | 4 |  | 4 | 3 | 2 | *0* |

**Нахождение гамильтонова цикла**

Включаем в S вершину x1. S={x1}

Возможная вершина: x2. S={x1,x2}

Возможная вершина: x3. S={x1,x2,x3}

Возможная вершина: x5. S={x1,x2,x3,x5}

Возможная вершина: x9. S={x1,x2,x3,x5,x9}

Возможная вершина: x4. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4}

Возможная вершина: x6. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6}

Возможная вершина: x7. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7}

Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12}

Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12,x10}

Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12,x10,x11}

У x11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x10. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12,x10}

У x10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x12. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12}

Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12,x11}

Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12,x11,x10}

У x10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12,x11}

У x11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x12. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7,x12}

У x12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x7. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x7}

У x7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x6. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6}

Возможная вершина: x8. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6,x8}

У x8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x6. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x6}

У x6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x4. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4}

Возможная вершина: x8. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8}

Возможная вершина: x6. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8,x6}

Возможная вершина: x7. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8,x6,x7}

Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8,x6,x7,x12}

Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8,x6,x7,x12,x10}

Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8,x6,x7,x12,x10,x11} Гамильтонов цикл найден. S={x1,x2,x3,x5,x9,x4,x8,x6,x7,x12,x10,x11}

**Матрица смежности с перенумерованными вершинами**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **до перенумерации** | x1 | x2 | x3 | x5 | x9 | x4 | x8 | x6 | x7 | x12 | x10 | x11 |  |
| **после перенумерации** | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Перенумеруем вершины графа таким образом, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними:**

**Построение графа пересечений**G′

Определим p210, для чего в матрице R выделим подматрицу R210. Ребро (x2x10) пересекается с (x1x3),(x1x4),(x1x7),(x1x9)

Определим p27, для чего в матрице R выделим подматрицу R27. Ребро (x2x7) пересекается с (x1x3),(x1x4)

Определим p26, для чего в матрице R выделим подматрицу R26. Ребро (x2x6) пересекается с (x1x3),(x1x4)

Определим p311, для чего в матрице R выделим подматрицу R311. Ребро (x3x11) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x9),(x1x10),(x2x6),(x2x7),(x2x10)

Определим p310, для чего в матрице R выделим подматрицу R310. Ребро (x3x10) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x9),(x2x6),(x2x7)

Определим p39, для чего в матрице R выделим подматрицу R39. Ребро (x3x9) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x2x6),(x2x7)

Определим p37, для чего в матрице R выделим подматрицу R37. Ребро (x3x7) пересекается с (x1x4),(x2x6)

Определим p35, для чего в матрице R выделим подматрицу R35. Ребро (x3x5) пересекается с (x1x4)

Определим p412, для чего в матрице R выделим подматрицу R412. Ребро (x4x12) пересекается с (x1x7),(x1x9),(x1x10),(x2x6),(x2x7),(x2x10),(x3x5),(x3x7),(x3x9),(x3x10),(x3x11)

Определим p510, для чего в матрице R выделим подматрицу R510. Ребро (x5x10) пересекается с (x1x7),(x1x9),(x2x6),(x2x7),(x3x7),(x3x9) 15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

|  | p1 3 | p2 10 | p1 4 | p1 7 | p1 9 | p2 7 | p2 6 | p3 11 | p1 10 | p3 10 | p3 9 | p3 7 | p3 5 | p4 12 | p5 10 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p1 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p1 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| p1 7 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| p1 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| p2 7 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| p2 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| p3 11 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p1 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p3 10 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p3 9 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| p3 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| p3 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| p4 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| p5 10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

**Построение семейства**ψG

В 1 строке ищем первый нулевой элемент - r1 3. Записываем дизъюнкцию M1 3=r1∨r3=110001100000000∨011001110111100=111001110111100

В строке M1 3 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={4,5,9,14,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4=M1 3∨r4=111001110111100∨010100010110011=111101110111111

В строке M1 3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={5,9}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5=M1 3 4∨r5=111101110111111∨010010010100011=111111110111111

В строке M1 3 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 5 9=M1 3 4 5∨r9=111111110111111∨000000011000010=111111111111111

В строке M1 3 4 5 9 все 1. Построено ψ1={u1 3,u1 4,u1 7,u1 9,u1 10} Записываем дизъюнкцию M1 3 4 9=M1 3 4∨r9=111101110111111∨000000011000010=111101111111111

В строке M1 3 4 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 3 5=M1 3∨r5=111001110111100∨010010010100011=111011110111111

В строке M1 3 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9}.

Строка 9 не закроет ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 3 9=M1 3∨r9=111001110111100∨000000011000010=111001111111110

В строке M1 3 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 9 15=M1 3 9∨r15=111001111111110∨000111100011001=111111111111111

В строке M1 3 9 15 все 1. Построено ψ2={u1 3,u1 4,u1 10,u5 10}

Записываем дизъюнкцию M1 3 14=M1 3∨r14=111001110111100∨010111111111110=111111111111110

В строке M1 3 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 14 15=M1 3 14∨r15=111111111111110∨000111100011001=111111111111111

В строке M1 3 14 15 все 1. Построено ψ3={u1 3,u1 4,u4 12,u5 10} Записываем дизъюнкцию M1 3 15=M1 3∨r15=111001110111100∨000111100011001=111111110111101

В строке M1 3 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 4=r1∨r4=110001100000000∨010100010110011=110101110110011

В строке M1 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={5,9,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5=M1 4∨r5=110101110110011∨010010010100011=110111110110011

В строке M1 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 9=M1 4 5∨r9=110111110110011∨000000011000010=110111111110011

В строке M1 4 5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 9 12=M1 4 5 9∨r12=110111111110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M1 4 5 9 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 9 12 13=M1 4 5 9 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M1 4 5 9 12 13 все 1. Построено ψ4={u1 3,u1 7,u1 9,u1 10,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M1 4 5 9 13=M1 4 5 9∨r13=110111111110011∨001000000000110=111111111110111

В строке M1 4 5 9 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 12=M1 4 5∨r12=110111110110011∨001000100001011=111111110111011

В строке M1 4 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет ноль на 9 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 4 5 13=M1 4 5∨r13=110111110110011∨001000000000110=111111110110111

В строке M1 4 5 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 4 9=M1 4∨r9=110101110110011∨000000011000010=110101111110011

В строке M1 4 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 4 12=M1 4∨r12=110101110110011∨001000100001011=111101110111011

В строке M1 4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 5, 9

Записываем дизъюнкцию M1 4 13=M1 4∨r13=110101110110011∨001000000000110=111101110110111

В строке M1 4 13 остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию M1 5=r1∨r5=110001100000000∨010010010100011=110011110100011

В строке M1 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,11,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 5 9=M1 5∨r9=110011110100011∨000000011000010=110011111100011

В строке M1 5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 5 9 11=M1 5 9∨r11=110011111100011∨001101100010011=111111111110011

В строке M1 5 9 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 5 9 11 12=M1 5 9 11∨r12=111111111110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M1 5 9 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M1 5 9 11 12 13=M1 5 9 11 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M1 5 9 11 12 13 все 1. Построено ψ5={u1 3,u1 9,u1 10,u3 9,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M1 5 9 11 13=M1 5 9 11∨r13=111111111110011∨001000000000110=111111111110111 В строке M1 5 9 11 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 5 9 12=M1 5 9∨r12=110011111100011∨001000100001011=111011111101011

В строке M1 5 9 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 4, 11

Записываем дизъюнкцию M1 5 9 13=M1 5 9∨r13=110011111100011∨001000000000110=111011111100111

В строке M1 5 9 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 5 11=M1 5∨r11=110011110100011∨001101100010011=111111110110011

В строке M1 5 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют ноль на 9 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 5 12=M1 5∨r12=110011110100011∨001000100001011=111011110101011

В строке M1 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 4, 9, 11

Записываем дизъюнкцию M1 5 13=M1 5∨r13=110011110100011∨001000000000110=111011110100111

В строке M1 5 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 8=r1∨r8=110001100000000∨011111111000010=111111111000010

В строке M1 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10,11,12,13,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10=M1 8∨r10=111111111000010∨001111100100010=111111111100010

В строке M1 8 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10 11=M1 8 10∨r11=111111111100010∨001101100010011=111111111110011

В строке M1 8 10 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10 11 12=M1 8 10 11∨r12=111111111110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M1 8 10 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10 11 12 13=M1 8 10 11 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M1 8 10 11 12 13 все 1. Построено ψ6={u1 3,u3 11,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M1 8 10 11 13=M1 8 10 11∨r13=111111111110011∨001000000000110=111111111110111

В строке M1 8 10 11 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10 12=M1 8 10∨r12=111111111100010∨001000100001011=111111111101011

В строке M1 8 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10 13=M1 8 10∨r13=111111111100010∨001000000000110=111111111100110

В строке M1 8 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}.

Записываем дизъюнкцию M1 8 10 13 15=M1 8 10 13∨r15=111111111100110∨000111100011001=111111111111111

В строке M1 8 10 13 15 все 1. Построено ψ7={u1 3,u3 11,u3 10,u3 5,u5 10} Записываем дизъюнкцию M1 8 10 15=M1 8 10∨r15=111111111100010∨000111100011001=111111111111011

В строке M1 8 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 8 11=M1 8∨r11=111111111000010∨001101100010011=111111111010011

В строке M1 8 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 8 12=M1 8∨r12=111111111000010∨001000100001011=111111111001011

В строке M1 8 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 10, 11

Записываем дизъюнкцию M1 8 13=M1 8∨r13=111111111000010∨001000000000110=111111111000110

В строке M1 8 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 8 15=M1 8∨r15=111111111000010∨000111100011001=111111111011011

В строке M1 8 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 9=r1∨r9=110001100000000∨000000011000010=110001111000010

В строке M1 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10,11,12,13,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10=M1 9∨r10=110001111000010∨001111100100010=111111111100010

В строке M1 9 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13,15}.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10 11=M1 9 10∨r11=111111111100010∨001101100010011=111111111110011

В строке M1 9 10 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10 11 12=M1 9 10 11∨r12=111111111110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M1 9 10 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10 11 12 13=M1 9 10 11 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M1 9 10 11 12 13 все 1. Построено ψ8={u1 3,u1 10,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M1 9 10 11 13=M1 9 10 11∨r13=111111111110011∨001000000000110=111111111110111

В строке M1 9 10 11 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10 12=M1 9 10∨r12=111111111100010∨001000100001011=111111111101011

В строке M1 9 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10 13=M1 9 10∨r13=111111111100010∨001000000000110=111111111100110

В строке M1 9 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}.

Записываем дизъюнкцию M1 9 10 13 15=M1 9 10 13∨r15=111111111100110∨000111100011001=111111111111111

В строке M1 9 10 13 15 все 1. Построено ψ9={u1 3,u1 10,u3 10,u3 5,u5 10} Записываем дизъюнкцию M1 9 10 15=M1 9 10∨r15=111111111100010∨000111100011001=111111111111011

В строке M1 9 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1 9 11=M1 9∨r11=110001111000010∨001101100010011=111101111010011

В строке M1 9 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 5, 10

Записываем дизъюнкцию M1 9 12=M1 9∨r12=110001111000010∨001000100001011=111001111001011

В строке M1 9 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 4, 5, 10, 11

Записываем дизъюнкцию M1 9 13=M1 9∨r13=110001111000010∨001000000000110=111001111000110

В строке M1 9 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 9 15=M1 9∨r15=110001111000010∨000111100011001=110111111011011

В строке M1 9 15 остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию M1 10=r1∨r10=110001100000000∨001111100100010=111111100100010

В строке M1 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13,15}. Строки 11, 12, 13, 15 не закроют нули на позициях 8, 9 Записываем дизъюнкцию M1 11=r1∨r11=110001100000000∨001101100010011=111101100010011

В строке M1 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 5, 8, 9, 10 Записываем дизъюнкцию M1 12=r1∨r12=110001100000000∨001000100001011=111001100001011

В строке M1 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 4, 5, 8, 9, 10, 11 Записываем дизъюнкцию M1 13=r1∨r13=110001100000000∨001000000000110=111001100000110

В строке M1 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет нули на позициях 8, 9, 10

Записываем дизъюнкцию M1 14=r1∨r14=110001100000000∨010111111111110=110111111111110 В строке M1 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет ноль на 3 позиции.

Записываем дизъюнкцию M1 15=r1∨r15=110001100000000∨000111100011001=110111100011001

В строке M1 15 остались незакрытые 0. В 2 строке ищем первый нулевой элемент - r2 6. Записываем дизъюнкцию M2 6=r2∨r6=111110010000010∨101001010110011=111111010110011

В строке M2 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7=M2 6∨r7=111111010110011∨101000110111011=111111110111011

В строке M2 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 9=M2 6 7∨r9=111111110111011∨000000011000010=111111111111011

В строке M2 6 7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 7 9 13=M2 6 7 9∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M2 6 7 9 13 все 1. Построено ψ10={u2 10,u2 7,u2 6,u1 10,u3 5} Записываем дизъюнкцию M2 6 7 13=M2 6 7∨r13=111111110111011∨001000000000110=111111110111111

В строке M2 6 7 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 9=M2 6∨r9=111111010110011∨000000011000010=111111011110011

В строке M2 6 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 9 12=M2 6 9∨r12=111111011110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M2 6 9 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M2 6 9 12 13=M2 6 9 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M2 6 9 12 13 все 1. Построено ψ11={u2 10,u2 7,u1 10,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M2 6 9 13=M2 6 9∨r13=111111011110011∨001000000000110=111111011110111

В строке M2 6 9 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 6 12=M2 6∨r12=111111010110011∨001000100001011=111111110111011

В строке M2 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет ноль на 9 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 6 13=M2 6∨r13=111111010110011∨001000000000110=111111010110111

В строке M2 6 13 остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию M2 7=r2∨r7=111110010000010∨101000110111011=111110110111011

В строке M2 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}. Строки 9, 13 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 9=r2∨r9=111110010000010∨000000011000010=111110011000010

В строке M2 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10,11,12,13,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10=M2 9∨r10=111110011000010∨001111100100010=111111111100010

В строке M2 9 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13,15}.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10 11=M2 9 10∨r11=111111111100010∨001101100010011=111111111110011

В строке M2 9 10 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10 11 12=M2 9 10 11∨r12=111111111110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M2 9 10 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10 11 12 13=M2 9 10 11 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M2 9 10 11 12 13 все 1. Построено ψ12={u2 10,u1 10,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M2 9 10 11 13=M2 9 10 11∨r13=111111111110011∨001000000000110=111111111110111

В строке M2 9 10 11 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10 12=M2 9 10∨r12=111111111100010∨001000100001011=111111111101011

В строке M2 9 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10 13=M2 9 10∨r13=111111111100010∨001000000000110=111111111100110

В строке M2 9 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}.

Записываем дизъюнкцию M2 9 10 13 15=M2 9 10 13∨r15=111111111100110∨000111100011001=111111111111111

В строке M2 9 10 13 15 все 1. Построено ψ13={u2 10,u1 10,u3 10,u3 5,u5 10} Записываем дизъюнкцию M2 9 10 15=M2 9 10∨r15=111111111100010∨000111100011001=111111111111011

В строке M2 9 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 9 11=M2 9∨r11=111110011000010∨001101100010011=111111111010011

В строке M2 9 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 9 12=M2 9∨r12=111110011000010∨001000100001011=111110111001011

В строке M2 9 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 6, 10, 11

Записываем дизъюнкцию M2 9 13=M2 9∨r13=111110011000010∨001000000000110=111110011000110

В строке M2 9 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию M2 9 15=M2 9∨r15=111110011000010∨000111100011001=111111111011011

В строке M2 9 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M2 10=r2∨r10=111110010000010∨001111100100010=111111110100010

В строке M2 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13,15}. Строки 11, 12, 13, 15 не закроют ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию M2 11=r2∨r11=111110010000010∨001101100010011=111111110010011

В строке M2 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 9, 10

Записываем дизъюнкцию M2 12=r2∨r12=111110010000010∨001000100001011=111110110001011

В строке M2 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 6, 9, 10, 11

Записываем дизъюнкцию M2 13=r2∨r13=111110010000010∨001000000000110=111110010000110

В строке M2 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет нули на позициях 9, 10

Записываем дизъюнкцию M2 15=r2∨r15=111110010000010∨000111100011001=111111110011011

В строке M2 15 остались незакрытые 0. В 3 строке ищем первый нулевой элемент - r3 4.

Записываем дизъюнкцию M3 4=r3∨r4=011001110111100∨010100010110011=011101110111111

В строке M3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={5,9}. Строки 5, 9 не закроют ноль на 1 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 5=r3∨r5=011001110111100∨010010010100011=011011110111111

В строке M3 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9}. Строка 9 не закроет нули на позициях 1, 4

Записываем дизъюнкцию M3 9=r3∨r9=011001110111100∨000000011000010=011001111111110

В строке M3 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет ноль на 1 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 14=r3∨r14=011001110111100∨010111111111110=011111111111110

В строке M3 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}. Строка 15 не закроет ноль на 1 позиции.

Записываем дизъюнкцию M3 15=r3∨r15=011001110111100∨000111100011001=011111110111101

В строке M3 15 остались незакрытые 0. В 4 строке ищем первый нулевой элемент - r4 5.

Записываем дизъюнкцию M4 5=r4∨r5=010100010110011∨010010010100011=010110010110011

В строке M4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={6,7,9,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6=M4 5∨r6=010110010110011∨101001010110011=111111010110011

В строке M4 5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,12,13}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 7=M4 5 6∨r7=111111010110011∨101000110111011=111111110111011

В строке M4 5 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 7 9=M4 5 6 7∨r9=111111110111011∨000000011000010=111111111111011

В строке M4 5 6 7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 7 9 13=M4 5 6 7 9∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M4 5 6 7 9 13 все 1. Построено ψ14={u1 7,u1 9,u2 7,u2 6,u1 10,u3 5} Записываем дизъюнкцию M4 5 6 7 13=M4 5 6 7∨r13=111111110111011∨001000000000110=111111110111111

В строке M4 5 6 7 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 9=M4 5 6∨r9=111111010110011∨000000011000010=111111011110011

В строке M4 5 6 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 9 12=M4 5 6 9∨r12=111111011110011∨001000100001011=111111111111011

В строке M4 5 6 9 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 9 12 13=M4 5 6 9 12∨r13=111111111111011∨001000000000110=111111111111111

В строке M4 5 6 9 12 13 все 1. Построено ψ15={u1 7,u1 9,u2 7,u1 10,u3 7,u3 5} Записываем дизъюнкцию M4 5 6 9 13=M4 5 6 9∨r13=111111011110011∨001000000000110=111111011110111

В строке M4 5 6 9 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 12=M4 5 6∨r12=111111010110011∨001000100001011=111111110111011

В строке M4 5 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}.

Строка 13 не закроет ноль на 9 позиции.

Записываем дизъюнкцию M4 5 6 13=M4 5 6∨r13=111111010110011∨001000000000110=111111010110111

В строке M4 5 6 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 5 7=M4 5∨r7=010110010110011∨101000110111011=111110110111011

В строке M4 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}. Строки 9, 13 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию M4 5 9=M4 5∨r9=010110010110011∨000000011000010=010110011110011

В строке M4 5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 1, 6

Записываем дизъюнкцию M4 5 12=M4 5∨r12=010110010110011∨001000100001011=011110110111011

В строке M4 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 1, 6, 9

Записываем дизъюнкцию M4 5 13=M4 5∨r13=010110010110011∨001000000000110=011110010110111

В строке M4 5 13 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M4 6=r4∨r6=010100010110011∨101001010110011=111101010110011

В строке M4 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,12,13}. Строки 7, 9, 12, 13 не закроют ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию M4 7=r4∨r7=010100010110011∨101000110111011=111100110111011

В строке M4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}. Строки 9, 13 не закроют нули на позициях 5, 6

Записываем дизъюнкцию M4 9=r4∨r9=010100010110011∨000000011000010=010100011110011

В строке M4 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 1, 5, 6

Записываем дизъюнкцию M4 12=r4∨r12=010100010110011∨001000100001011=011100110111011

В строке M4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 1, 5, 6, 9

Записываем дизъюнкцию M4 13=r4∨r13=010100010110011∨001000000000110=011100010110111

В строке M4 13 остались незакрытые 0. В 5 строке ищем первый нулевой элемент - r5 6.

Записываем дизъюнкцию M5 6=r5∨r6=010010010100011∨101001010110011=111011010110011

В строке M5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,12,13}. Строки 7, 9, 12, 13 не закроют ноль на 4 позиции. Записываем дизъюнкцию M5 7=r5∨r7=010010010100011∨101000110111011=111010110111011

В строке M5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}. Строки 9, 13 не закроют нули на позициях 4, 6

Записываем дизъюнкцию M5 9=r5∨r9=010010010100011∨000000011000010=010010011100011

В строке M5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={11,12,13}. Строки 11, 12, 13 не закроют ноль на 1 позиции. Записываем дизъюнкцию M5 11=r5∨r11=010010010100011∨001101100010011=011111110110011

В строке M5 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 1, 9

Записываем дизъюнкцию M5 12=r5∨r12=010010010100011∨001000100001011=011010110101011

В строке M5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 1, 4, 6, 9, 11

Записываем дизъюнкцию M5 13=r5∨r13=010010010100011∨001000000000110=011010010100111

В строке M5 13 остались незакрытые 0. В 6 строке ищем первый нулевой элемент - r6 7.

Записываем дизъюнкцию M6 7=r6∨r7=101001010110011∨101000110111011=101001110111011

В строке M6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,13}. Строки 9, 13 не закроют нули на позициях 2, 4, 5

Записываем дизъюнкцию M6 9=r6∨r9=101001010110011∨000000011000010=101001011110011

В строке M6 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13}. Строки 12, 13 не закроют нули на позициях 2, 4, 5

Записываем дизъюнкцию M6 12=r6∨r12=101001010110011∨001000100001011=101001110111011

В строке M6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 2, 4, 5, 9

Записываем дизъюнкцию M6 13=r6∨r13=101001010110011∨001000000000110=101001010110111

В строке M6 13 остались незакрытые 0. В 7 строке ищем первый нулевой элемент - r7 9.

Записываем дизъюнкцию M7 9=r7∨r9=101000110111011∨000000011000010=101000111111011

В строке M7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}. Строка 13 не закроет нули на позициях 2, 4, 5, 6

Записываем дизъюнкцию M7 13=r7∨r13=101000110111011∨001000000000110=101000110111111

В строке M7 13 остались незакрытые 0.

Из матрицы R(G′) видно, что строки с номерами j > 7 не смогут закрыть ноль в позиции 1. Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств ψG построено.

Это:

ψ1={u1 3,u1 4,u1 7,u1 9,u1 10}

ψ2={u1 3,u1 4,u1 10,u5 10}

ψ3={u1 3,u1 4,u4 12,u5 10}

ψ4={u1 3,u1 7,u1 9,u1 10,u3 7,u3 5}

ψ5={u1 3,u1 9,u1 10,u3 9,u3 7,u3 5}

ψ6={u1 3,u3 11,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5}

ψ7={u1 3,u3 11,u3 10,u3 5,u5 10}

ψ8={u1 3,u1 10,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5}

ψ9={u1 3,u1 10,u3 10,u3 5,u5 10}

ψ10={u2 10,u2 7,u2 6,u1 10,u3 5}

ψ11={u2 10,u2 7,u1 10,u3 7,u3 5}

ψ12={u2 10,u1 10,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5}

ψ13={u2 10,u1 10,u3 10,u3 5,u5 10}

ψ14={u1 7,u1 9,u2 7,u2 6,u1 10,u3 5}

ψ15={u1 7,u1 9,u2 7,u1 10,u3 7,u3 5}

**Выделение из**G′**максимального двудольного подграфа**H′

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия αγβ=|ψγ|+|ψβ|−|ψγ∩ψβ|:

α12=|ψ1|+|ψ2|−|ψ1∩ψ2|=5+4−3=6

α13=|ψ1|+|ψ3|−|ψ1∩ψ3|=5+4−2=7

α14=|ψ1|+|ψ4|−|ψ1∩ψ4|=5+6−4=7

α15=|ψ1|+|ψ5|−|ψ1∩ψ5|=5+6−3=8

α16=|ψ1|+|ψ6|−|ψ1∩ψ6|=5+6−1=10

α17=|ψ1|+|ψ7|−|ψ1∩ψ7|=5+5−1=9

α18=|ψ1|+|ψ8|−|ψ1∩ψ8|=5+6−2=9

α19=|ψ1|+|ψ9|−|ψ1∩ψ9|=5+5−2=8 α110=|ψ1|+|ψ10|−|ψ1∩ψ10|=5+5−1=9 α111=|ψ1|+|ψ11|−|ψ1∩ψ11|=5+5−1=9 α112=|ψ1|+|ψ12|−|ψ1∩ψ12|=5+6−1=10 α113=|ψ1|+|ψ13|−|ψ1∩ψ13|=5+5−1=9 α114=|ψ1|+|ψ14|−|ψ1∩ψ14|=5+6−3=8 α115=|ψ1|+|ψ15|−|ψ1∩ψ15|=5+6−3=8 α23=|ψ2|+|ψ3|−|ψ2∩ψ3|=4+4−3=5

α24=|ψ2|+|ψ4|−|ψ2∩ψ4|=4+6−2=8

α25=|ψ2|+|ψ5|−|ψ2∩ψ5|=4+6−2=8

α26=|ψ2|+|ψ6|−|ψ2∩ψ6|=4+6−1=9

α27=|ψ2|+|ψ7|−|ψ2∩ψ7|=4+5−2=7

α28=|ψ2|+|ψ8|−|ψ2∩ψ8|=4+6−2=8

α29=|ψ2|+|ψ9|−|ψ2∩ψ9|=4+5−3=6 α210=|ψ2|+|ψ10|−|ψ2∩ψ10|=4+5−1=8 α211=|ψ2|+|ψ11|−|ψ2∩ψ11|=4+5−1=8 α212=|ψ2|+|ψ12|−|ψ2∩ψ12|=4+6−1=9 α213=|ψ2|+|ψ13|−|ψ2∩ψ13|=4+5−2=7 α214=|ψ2|+|ψ14|−|ψ2∩ψ14|=4+6−1=9 α215=|ψ2|+|ψ15|−|ψ2∩ψ15|=4+6−1=9 α34=|ψ3|+|ψ4|−|ψ3∩ψ4|=4+6−1=9

α35=|ψ3|+|ψ5|−|ψ3∩ψ5|=4+6−1=9

α36=|ψ3|+|ψ6|−|ψ3∩ψ6|=4+6−1=9

α37=|ψ3|+|ψ7|−|ψ3∩ψ7|=4+5−2=7

α38=|ψ3|+|ψ8|−|ψ3∩ψ8|=4+6−1=9

α39=|ψ3|+|ψ9|−|ψ3∩ψ9|=4+5−2=7 α310=|ψ3|+|ψ10|−|ψ3∩ψ10|=4+5−0=9 α311=|ψ3|+|ψ11|−|ψ3∩ψ11|=4+5−0=9 α312=|ψ3|+|ψ12|−|ψ3∩ψ12|=4+6−0=10 α313=|ψ3|+|ψ13|−|ψ3∩ψ13|=4+5−1=8 α314=|ψ3|+|ψ14|−|ψ3∩ψ14|=4+6−0=10 α315=|ψ3|+|ψ15|−|ψ3∩ψ15|=4+6−0=10 α45=|ψ4|+|ψ5|−|ψ4∩ψ5|=6+6−5=7

α46=|ψ4|+|ψ6|−|ψ4∩ψ6|=6+6−3=9

α47=|ψ4|+|ψ7|−|ψ4∩ψ7|=6+5−2=9

α48=|ψ4|+|ψ8|−|ψ4∩ψ8|=6+6−4=8

α49=|ψ4|+|ψ9|−|ψ4∩ψ9|=6+5−3=8 α410=|ψ4|+|ψ10|−|ψ4∩ψ10|=6+5−2=9 α411=|ψ4|+|ψ11|−|ψ4∩ψ11|=6+5−3=8 α412=|ψ4|+|ψ12|−|ψ4∩ψ12|=6+6−3=9 α413=|ψ4|+|ψ13|−|ψ4∩ψ13|=6+5−2=9 α414=|ψ4|+|ψ14|−|ψ4∩ψ14|=6+6−4=8 α415=|ψ4|+|ψ15|−|ψ4∩ψ15|=6+6−5=7 α56=|ψ5|+|ψ6|−|ψ5∩ψ6|=6+6−4=8

α57=|ψ5|+|ψ7|−|ψ5∩ψ7|=6+5−2=9

α58=|ψ5|+|ψ8|−|ψ5∩ψ8|=6+6−5=7

α59=|ψ5|+|ψ9|−|ψ5∩ψ9|=6+5−3=8 α510=|ψ5|+|ψ10|−|ψ5∩ψ10|=6+5−2=9 α511=|ψ5|+|ψ11|−|ψ5∩ψ11|=6+5−3=8 α512=|ψ5|+|ψ12|−|ψ5∩ψ12|=6+6−4=8 α513=|ψ5|+|ψ13|−|ψ5∩ψ13|=6+5−2=9 α514=|ψ5|+|ψ14|−|ψ5∩ψ14|=6+6−3=9 α515=|ψ5|+|ψ15|−|ψ5∩ψ15|=6+6−4=8 α67=|ψ6|+|ψ7|−|ψ6∩ψ7|=6+5−4=7

α68=|ψ6|+|ψ8|−|ψ6∩ψ8|=6+6−5=7

α69=|ψ6|+|ψ9|−|ψ6∩ψ9|=6+5−3=8 α610=|ψ6|+|ψ10|−|ψ6∩ψ10|=6+5−1=10 α611=|ψ6|+|ψ11|−|ψ6∩ψ11|=6+5−2=9 α612=|ψ6|+|ψ12|−|ψ6∩ψ12|=6+6−4=8 α613=|ψ6|+|ψ13|−|ψ6∩ψ13|=6+5−2=9 α614=|ψ6|+|ψ14|−|ψ6∩ψ14|=6+6−1=11 α615=|ψ6|+|ψ15|−|ψ6∩ψ15|=6+6−2=10 α78=|ψ7|+|ψ8|−|ψ7∩ψ8|=5+6−3=8

α79=|ψ7|+|ψ9|−|ψ7∩ψ9|=5+5−4=6 α710=|ψ7|+|ψ10|−|ψ7∩ψ10|=5+5−1=9 α711=|ψ7|+|ψ11|−|ψ7∩ψ11|=5+5−1=9 α712=|ψ7|+|ψ12|−|ψ7∩ψ12|=5+6−2=9 α713=|ψ7|+|ψ13|−|ψ7∩ψ13|=5+5−3=7 α714=|ψ7|+|ψ14|−|ψ7∩ψ14|=5+6−1=10 α715=|ψ7|+|ψ15|−|ψ7∩ψ15|=5+6−1=10 α89=|ψ8|+|ψ9|−|ψ8∩ψ9|=6+5−4=7 α810=|ψ8|+|ψ10|−|ψ8∩ψ10|=6+5−2=9 α811=|ψ8|+|ψ11|−|ψ8∩ψ11|=6+5−3=8 α812=|ψ8|+|ψ12|−|ψ8∩ψ12|=6+6−5=7 α813=|ψ8|+|ψ13|−|ψ8∩ψ13|=6+5−3=8 α814=|ψ8|+|ψ14|−|ψ8∩ψ14|=6+6−2=10 α815=|ψ8|+|ψ15|−|ψ8∩ψ15|=6+6−3=9 α910=|ψ9|+|ψ10|−|ψ9∩ψ10|=5+5−2=8 α911=|ψ9|+|ψ11|−|ψ9∩ψ11|=5+5−2=8 α912=|ψ9|+|ψ12|−|ψ9∩ψ12|=5+6−3=8 α913=|ψ9|+|ψ13|−|ψ9∩ψ13|=5+5−4=6 α914=|ψ9|+|ψ14|−|ψ9∩ψ14|=5+6−2=9 α915=|ψ9|+|ψ15|−|ψ9∩ψ15|=5+6−2=9 α1011=|ψ10|+|ψ11|−|ψ10∩ψ11|=5+5−4=6 α1012=|ψ10|+|ψ12|−|ψ10∩ψ12|=5+6−3=8 α1013=|ψ10|+|ψ13|−|ψ10∩ψ13|=5+5−3=7 α1014=|ψ10|+|ψ14|−|ψ10∩ψ14|=5+6−4=7 α1015=|ψ10|+|ψ15|−|ψ10∩ψ15|=5+6−3=8 α1112=|ψ11|+|ψ12|−|ψ11∩ψ12|=5+6−4=7 α1113=|ψ11|+|ψ13|−|ψ11∩ψ13|=5+5−3=7 α1114=|ψ11|+|ψ14|−|ψ11∩ψ14|=5+6−3=8 α1115=|ψ11|+|ψ15|−|ψ11∩ψ15|=5+6−4=7 α1213=|ψ12|+|ψ13|−|ψ12∩ψ13|=6+5−4=7 α1214=|ψ12|+|ψ14|−|ψ12∩ψ14|=6+6−2=10 α1215=|ψ12|+|ψ15|−|ψ12∩ψ15|=6+6−3=9 α1314=|ψ13|+|ψ14|−|ψ13∩ψ14|=5+6−2=9 α1315=|ψ13|+|ψ15|−|ψ13∩ψ15|=5+6−2=9 α1415=|ψ14|+|ψ15|−|ψ14∩ψ15|=6+6−5=7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | - | 6 | 7 | 7 | 8 | 10 | 9 | 9 | 8 | 9 | 9 | 10 | 9 | 8 | 8 |
| 2 | - | - | 5 | 8 | 8 | 9 | 7 | 8 | 6 | 8 | 8 | 9 | 7 | 9 | 9 |
| 3 | - | - | - | 9 | 9 | 9 | 7 | 9 | 7 | 9 | 9 | 10 | 8 | 10 | 10 |
| 4 | - | - | - | - | 7 | 9 | 9 | 8 | 8 | 9 | 8 | 9 | 9 | 8 | 7 |
| 5 | - | - | - | - | - | 8 | 9 | 7 | 8 | 9 | 8 | 8 | 9 | 9 | 8 |
| 6 | - | - | - | - | - | - | 7 | 7 | 8 | 10 | 9 | 8 | 9 | 11 | 10 |
| 7 | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 6 | 9 | 9 | 9 | 7 | 10 | 10 |
| 8 | - | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 9 | 8 | 7 | 8 | 10 | 9 |
| 9 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | 6 | 9 | 9 |
| 10 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 8 | 7 | 7 | 8 |
| 11 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 7 | 8 | 7 |
| 12 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 10 | 9 |
| 13 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 9 | 9 |
| 14 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 7 |

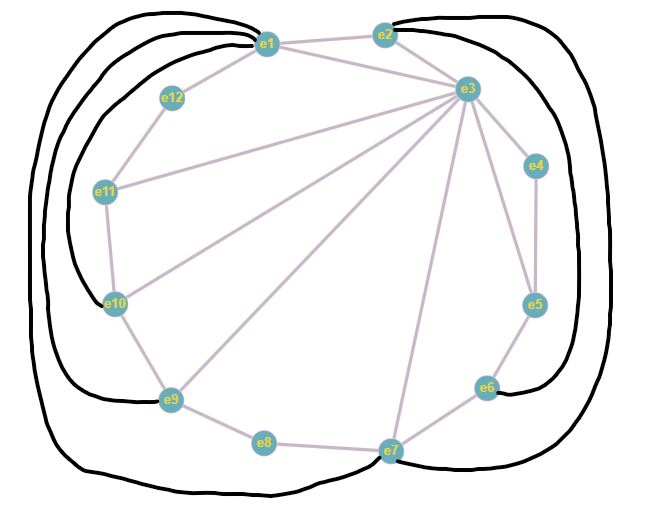
𝑚𝑎𝑥(α𝛾 𝛿) = 11, даст пара множеств: ψ6ψ14.

Возьмем множества

ψ6={u1 3,u3 11,u3 10,u3 9,u3 7,u3 5}

ψ14={u1 7,u1 9,u2 7,u2 6,u1 10,u3 5}

Проводим внутри гамильтонова цикла ребра ψ6, а вне него – ребра ψ14.



Удаляем из ΨG’ ребра, вошедшие в ψ6­, ψ14

ψ1={u1 4}

ψ2={u1 4,u5 10}

ψ3={u1 4,u4 12,u5 10}

ψ4={}

ψ5={}

ψ6={}

ψ7={u5 10}

ψ8={}

ψ9={u5 10}

ψ10={u2 10}

ψ11={u2 10}

ψ12={u2 10}

ψ13={u2 10,u5 10}

ψ14={}

ψ15={}

Удаляем ψ4, ψ5, ψ6, ψ8, ψ14, ψ15,так как они пусты и объединяем одинаковые семейства

ψ7, ψ9

ψ10, ψ11, ψ12

ψ3 = {u1 4, u4 12, u5 10}

ψ13 = {u2 10, u5 10}

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 3 | 13 |
| 3 | - | 4 |
| 13 | - | - |

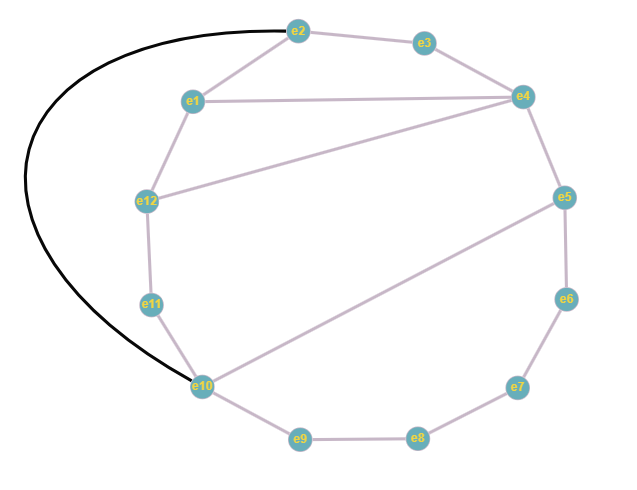
maxαγδ = 4, дают пары множеств: ψ3, ψ13.

Возьмем множества

Ψ3 = {u1 4, u4 12, u5 10}

Ψ13 = {u2 10, u5 10}

В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, ребра, вошедшие в ψ3, проводим внутри гамильтонова цикла, а в ψ13 – вне его.



Удаляем из ΨG’ ребра, вошедшие в ψ3­, ψ13

ψ3 = { }

ψ13 = { }

В ΨG’ пусто – граф планаризирован.